

まえがき

系井「『あんまりやりたくない仕事だけど、頼みに来てる人の目がよかったので、じゃあ、それをやってみようかなあ』そういうようなことをやって、ほんとによかったこととか、あんまりないような気がするんです。

萩本さんは、そういうところはどうですか？」

萩本「いや、ぼくは逆ですね。したくない仕事しか来ないっていうか。

したくない仕事しか来ないんです。

でも、運は、そこにしかない。(以下略)」

ほぼ日刊イトイ新聞より

<http://www.1101.com/kinchan/2004-09-06.html>

本書は、とりあえず2変数の微積分をかじった方々に、複素形式のFFT、つまり高速(Fast)Fourier変換(Transform)を理解していただくという

相当無謀な

テキストである。

さらに言うと、これを書いている時点(2008年4月6日)において、著者の私(幸谷)がFFTを完全にマスターしていないのである。手元にはFFTを解説するための簡単(=乱雑)なメモだけしかなく、今の私は

半年間どうやって14回の講義をごまかしていこうか？

という焦りを通り越した開き直りの態度のみで構成されているのである。

従って、本書執筆の試みは

無謀²

というべきものであって、これは世界に類を見ない画期的かつ野心的なものであることだけを主張できるという代物なのである。

「理解していないものを講義できるのか？」という至極常識的なご質問に対しては、

半年付き合っていればそのうち理解する

とお答えしておこう。現に、齢40になろうかという私の人生の半分以上はそのようなノリで過ごしてきたのである。そう簡単に変わるもんかね。

そもそも、数学なんてものを半年漫然とレクチャーされたからと言って、理解した、なんて言えるものか？ この際だから、暴言ついではっきり言っておくが、

数学は難しい

のである。さらに言うと

FFTはもっと難しい

のであって、様々な書きものにその解説が書いてはあるものの、それらは

書いた当事者だけが理解できる

代物であり、読めば理解できるというものでは絶対でない。いや、理解できたという人もいようが、

そんな秀才は本書の対象外

である。おととい来やがれと言っておこう。大部分の人間にとっては、紙を前にしてガシガシ計算してようやくと納得できるというものであり、それなしでは数学なんて解りっこないのである。ただし、ごく少数の頭の良い方々にとっては、額に汗して計算するより、頭の中で漫然と数学における「構造」を論理的に構成することで、馬鹿がレポート用紙を何十枚と書き連ねてようやく理解できたものをものの数分で理解できちゃったりするものであるから、

数学は秀才以上がすんなり理解できるもの

と諦めて、悟りを開いて頂きたい。

以降は、悟りを開いた方々向けのお話である。

さて、昨今のコンピュータ、といえは大概はパソコンであるけど、相当いろんなことができるようになってきている。計算なんて最たるもので、MathematicaとかMuPADとかMapleなどという数式処理ソフトウェアは計算が必須な理工系の方々には必須のものである。一昔前は、そーゆーものに頼っていると馬鹿になると言われたものだが、ある本で著者の某H先生が

数式処理はもともと馬鹿が使うものだ

と開き直ってからは、皆さん馬鹿になることを厭わないようになった。何事も発言するってのは大事なことである。

ただし、困ったことに、そのような便利なツールも

ある程度の数学知識とプログラミング能力

がないと使いこなせないものなのである。だから

本当の馬鹿には使えない

のが数式処理ソフトウェアなのである。そうすると本書が対象とする方々に対してはちょっと敷居が高い。つーか、基本的には今の数式処理ソフトウェアは計算のツールというよりは

組み合わせ自由の数学知識のデータベース

みたいなもので、知識を引っ張り出すためのインデックスぐらいは人間が持っていないと使い物にならない。

とはいえ、コンピュータが満ち溢れた世界で、いつまでも手計算だけでシコシコ…ではちょっと寂しい。そこで、複素数計算が標準で可能な

C++言語環境

を前提とした、副教材となるプログラムを提供することにした。なぜ複素数計算が必要かというと

FFTは複素形式が標準

なので、実引数 θ を取る複素関数 $f(\theta) \in \mathbb{C}$ の離散点 $f_0 = f(\theta_0), f_1 = f(\theta_1), \dots, f_{N-1}$ が与えられた時に、複素数列 $C_0, C_1, \dots, C_{N-1} \in \mathbb{C}$ 、つまり

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f_i \exp\left(\frac{-2\pi i k \sqrt{-1}}{N}\right) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f_i e^{\frac{-2\pi i k \sqrt{-1}}{N}} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

を高速に計算する方法の解説を行うには、どうしても複素解析の知識が必要になるからである。

とゆーことで、14回の講義を通して

- 複素解析の基礎の基礎
- 関数解析のエッセンス
- C++での複素数計算

に親んでもらえれば、おのずと FFT が理解できる … 筈であるが、当然のことながら最初に断ったように

最低限の自助努力は必須

なので、その辺は勘案された上で私の無謀なる講義にお付き合い頂きたい。

2008年4月6日(日)
遠州茶畑のど真ん中にて
幸谷智紀
<http://na-inet.jp/fft/>