第14章　定期試験問題

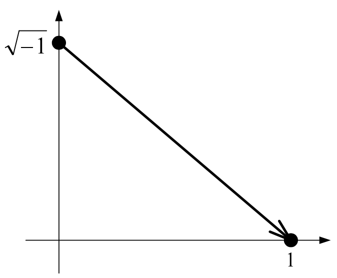
1. 一時独立な2次元複素ベクトル $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2 \in \mathbb{C}^2$ が下記のように与えられている時，これを用いて正規直交基底 $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ を求めよ。合わせて，求めた $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ が直交していることも示せ。(15点)

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1-\sqrt{-1} \\ -\sqrt{-2} \end{bmatrix},\ \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 1+\sqrt{-1} \\ \sqrt{-2} \end{bmatrix}$$

2. $z = 2 + 2\sqrt{-3}$ である時，次の値を求め，複素数の標準形式で答えよ。(15点)

$$\begin{array}{ll} (1) & \dfrac{\sqrt{-1}}{z} \\ (2) & \sqrt{z} \\ (3) & z^4 \end{array}$$

3. Gauss平面上の曲線 C が下記のように与えられている時，次の複素積分の値を求めよ。(20点)



$$\begin{array}{ll} (1) & \displaystyle\int_C z^2 dz \\ (2) & \displaystyle\int_C |z|^2\, dz \end{array}$$

4. 次の代数方程式の解を全て求め，複素数の標準形式で答えよ。(20点)

$$2z^2 + \left(-6 - 2\sqrt{-1}\right)z + 4 + 4\sqrt{-1} = 0$$

5. $\mathbf{f}_4 = [f_0\ f_1\ f_2\ f_3]^T$ に離散Fourier変換(DFT)を行って，$\mathbf{c}_4 = [C_0\ C_1\ C_2\ C_3]^T$ を求めたい。次の問いに答えよ。(30点)

(a) DFT を

$$\mathbf{c}_4 = \frac{1}{4} W_4 \mathbf{f}_4$$

と表現する時，4×4 複素行列 W_4 を，できるだけ簡略化し，各要素を複素数の標準形式で書け。

(b) FFT を用いて計算する手順を解説せよ。

(c) $\mathbf{f}_4 = [1\ \ -3\ 3\ 1]^T$ である時，$\mathbf{c}_4$ の値を求めよ。

関連図書

[1] 伊理正夫, 藤野和建. 数値計算の常識. 共立出版, 1985.

[2] 奥村晴彦. C 言語による最新アルゴリズム事典. 技術評論社, 1991.

索引

complex number, 11
countable, 14

decimal fraction, 12
denominator, 11

imaginary unit, 13
integer, 11
irrational number, 13
irreducible fraction, 11

limit value, 13

natural number, 11
number, 11
numerator, 11

rational number, 11
real number, 11
recurring decimal fraction, 12

Simpson’s 1/3 rule, 66

terminating decimal fraction, 12
trapezoidal rule, 64

uncountable, 14

Gauss 平面, 14
可算, 14
数, 11

既約分数, 11
極限値, 13

虚数単位, 13

自然数, 11
実数, 11, 13
循環 (無限) 小数, 12
小数, 12
Simpson の 1/3 公式, 66

整数, 11

台形公式, 64
代数方程式, 13

Tshirnhaus Transform, 48

非可算, 14

複素数, 11
複素数の基本演算, 15
分子, 11

無理数, 13

有限小数, 12
有理数, 11