

## 第 9 章

### まとめの問題

ここでは今まで学んできたことを総復習するための演習問題を提示する。下記の条件で解答を行うこと。

- Scilab のみを使用し, 60 分で解答すること。
- Scilab で計算した場合, 数値は有効数字 5 ケタ (6 桁目を四捨五入) で記入すること。

1. 次の計算を行え。(5 点  $\times$  4 = 20 点)

(a)

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(b)

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ \vdots \\ -10 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 10 \\ 9 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{10}$$

であるとき,

$$(3\mathbf{a}, \mathbf{a} + 2\mathbf{b})$$

(c)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

である時,

$$\|A\|_1 \text{ と } \|A\|_\infty$$

2. 次の行列  $A, B, C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  は対角化可能か? 対角化可能な場合は対角化した結果できる対角行列を, 対角化不可能な場合は Jordan 標準形を答えよ。(10 点  $\times$  3 = 30 点)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1/2 & 3 & -1/2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3/2 & 1 & -1/2 \\ -1/2 & 3 & 1/2 \\ 1/2 & -1 & 9/2 \end{bmatrix}$$

3. 行列  $A$  が次のように与えられている時, 次の問いに答えよ。(10点  $\times$  2 = 20点)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- (a)  $A$  を LU 分解し,  $L, U$  をそれぞれ書け。  
(b) 上記の結果を利用して連立一次方程式を解け。その手順も明記すること。

$$A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

4. 次の代数方程式の解をコンパニオン行列  $C \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  の固有値計算を經由して求めたい。以下の問いに答えよ。(10点  $\times$  3 = 30点)

$$x^5 + 3x^3 + 2x^2 - x + 5 = 0$$

- (a) 上記の代数方程式に対応するコンパニオン行列  $C$  を書け。  
(b)  $C$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$  を求めよ。  
(c)  $C$  の固有値が上記の代数方程式の解になっていることを確認する Scilab スクリプトを書け。